

Avant toute chose, soulignons que nous accordons une très grande importance aux contenus des programmes scolaires. Il nous paraît donc peu pertinent de chercher à évaluer les manuels scolaires en faisant abstraction du programme auquel ils sont soumis. L'expérience des dernières décennies a montré que les programmes officiels ont très souvent souffert de lacunes majeures, ou ont été accompagnés de prescriptions pédagogiques inadéquates. Dans la situation actuelle, il serait illusoire de croire que l'on pourra remettre en place un système éducatif fonctionnel sans de longues phases de réhabilitation du primaire et du collège. L'adéquation stricte aux programmes du moment ne peut donc pas être retenue aujourd'hui comme un critère d'évaluation des ouvrages scolaires, il nous semble au contraire crucial que ceux-ci s'attachent à assurer aux élèves la progressivité des apprentissages que les programmes ne pourraient garantir, quitte à introduire des notions supplémentaires utiles et des éléments de preuve éclairants absents des prescriptions officielles.

Voici cinq critères qui résument ce que nous attendrions d'un manuel scolaire de mathématiques. Ils reposent presque tous sur des considérations générales, voire triviales, qui devraient pouvoir être largement partagées.

- **1) Un exposé clair et efficace, incluant un cours structuré** : on doit pouvoir *clairement identifier la nature des énoncés*, distinguer les propriétés admises comme point de départ, les définitions, les théorèmes (ou tout autre résultat qui se prouve : propriété, proposition, lemme, corollaire). Il nous paraît d'ailleurs assez souhaitable que les vocables lemme et corollaire soient utilisés au minimum dès le début du lycée ce qui est rarement le cas aujourd'hui. Les démonstrations doivent aussi être identifiables en tant que telles, et elles doivent être données chaque fois que les connaissances accessibles le permettent. *A l'inverse, le contenu mathématique ne doit pas être dilué* dans un fatras de considérations ou d'images qui n'ont pas un rapport direct avec les notions étudiées. Il est important que l'attention des élèves ne soit pas détournée de l'objet principal d'étude par une maquette graphique trop chargée. Les couleurs doivent être utilisées de manière sobre et cohérente, de préférence lorsqu'elles apportent un éclairage sémantique ou une aide visuelle à la perception du contenu.
- **2) Cohérence de l'ouvrage** : un chapitre ou une partie de l'ouvrage ne doit pas faire appel à des notions qui seront vues dans des chapitres ou parties ultérieurs. En particulier, il nous paraît important que les notions ensemblistes et de logique (au programme en seconde et en première) figurent systématiquement en début d'ouvrage.
- **3) Importance accordée à la démonstration et au raisonnement** : *le raisonnement et la démonstration sont au cœur de l'activité mathématique*, leur importance se doit d'être soulignée, à plus forte raison au lycée dont l'objectif est de préparer aux études supérieures.
- **4) Qualités pédagogiques** : *les notions doivent être abordées de manière progressive*, en partant de la plus simple ou la plus concrète pour aller graduellement vers des notions plus complexes ou plus abstraites. *Chaque notion devrait être illustrée d'un exemple* qui peut à la fois venir éclairer une définition abstraite, mais aussi faire percevoir l'intérêt de la notion.
- **5) Richesse des exercices proposés** : ceux-ci doivent être de *difficultés variées* et ne pas se limiter à des applications immédiates du cours. Il nous semble important aussi que soient proposés des *exercices qui font appel à des connaissances vues dans plusieurs chapitres et même plusieurs parties du programme*.

Ces critères généraux étant posés, les avant-projets de programmes issus des groupes de travail du CSP appellent de notre part de multiples réserves :

- Le programme de probabilités et statistiques semble irréaliste au vu de la trop faible maîtrise des nombres, grandeurs, ordres de grandeur de la part des élèves. Il nous paraît primordial de pallier ces faiblesses. L'introduction des probabilités discrètes pourrait être plus efficace si elle pouvait s'appuyer sur une connaissance suffisante de la combinatoire.
- Le programme d'algorithmique et programmation paraît quant à lui de plus en plus chronophage, et ce au prix d'une diminution du contenu mathématique enseigné, que nous regrettons. Il nous paraît fondamental de recentrer le contenu des programmes sur l'analyse et la géométrie. Un élève ayant des bases mathématiques solides n'aura aucune difficulté à s'initier à la programmation le moment venu ; il est même certain qu'il pourra atteindre en ce domaine un niveau meilleur qu'un étudiant n'ayant pas les bases adéquates, quels que soient les efforts consentis en programmation.

Compte tenu de ces observations, nous nous abstiendrons de commenter plus avant les parties correspondantes, et entrons maintenant en détail dans les autres parties des programmes de seconde et de première. Quelle que soit la forme finale des spécifications retenues par le CSP, des manuels de qualité devront prendre en compte les points suivants, en particulier au regard des faiblesses constatées dans les dernières années, qu'il nous semble impératif de corriger.

Manuels de seconde. Citons d'abord deux extraits des avant-projets de programmes établis par le CSP.

Le programme s'organise en cinq grandes parties : « Nombres et calculs », « Géométrie », « Fonctions », « Statistiques et probabilités » et « Algorithmique et programmation ».

« L'apprentissage des notations mathématiques et de la logique ne doit pas faire l'objet de séquences spécifiques mais prend naturellement sa place dans tous les chapitres du programme. »

- **1) Sur les notations mathématiques et la logique :** Il nous paraît important que les manuels de seconde disposent d'un premier chapitre qui expose les notations mathématiques et présente une première fois le vocabulaire ensembliste et les bases de raisonnement logique qui seront utilisés tout au long de l'année dans les autres chapitres. Même si ces notions ne font pas l'objet de discussions in abstracto, il semble important que l'élève puisse trouver dans son manuel une référence à laquelle se rapporter, l'acquisition d'un langage et de notations précises étant une condition nécessaire à toute activité mathématique.

Nous remettons donc fermement en question l'injonction « L'apprentissage des notations mathématiques et de la logique ne doit pas faire l'objet de séquences spécifiques » qui nous semble d'ailleurs en contradiction avec le principe de liberté pédagogique.

- **2) Nombres et calculs.** Une très grande part doit être accordée à cette partie, afin de combler les graves lacunes accumulées dans les années antérieures sur la manipulation des nombres. Outre les connaissances et savoir-faire mentionnés dans le programme du CSP, il nous paraît important d'insister sur l'identification, la manipulation et l'utilisation des ordres de grandeurs.
- **3) Géométrie.** Le programme de seconde se limite à la géométrie plane. La géométrie plane est l'un des cadres qui se prêtent le plus à l'initiation à la démonstration dans l'enseignement secondaire. Il nous paraît très souhaitable que cette partie du programme soit mise à profit pour apprendre aux élèves à raisonner et à rédiger des démonstrations.

De tels exercices doivent être variés et figurer en nombre important dans un manuel.

- **4) Fonctions.** La notion de domaine de définition est absente du programme, ce qui est regrettable. Alors qu'une très (trop ?) grande place est accordée à l'utilisation de logiciels pour étudier les variations d'une fonction : « *Exploiter un logiciel de géométrie dynamique ou de calcul formel, la calculatrice ou Python pour décrire les variations d'une fonction donnée par une formule* », il nous paraît au contraire indispensable de combattre l'idée, trop présente chez les élèves, qu'une fonction est donnée par une formule. L'étude des variations peut souvent se faire facilement « à la main » en particulier lorsque les élèves disposeront plus tard de la dérivation. Une telle étude est autrement plus formatrice que l'usage artificiel de logiciels pour étudier des fonctions très élémentaires comme celles étudiées en seconde, qui sont des fonctions affines, polynomiales ou racines, et des composées de ces fonctions. En revanche, si les programmes ne le stipulent pas, il sera décisif pour la formation de l'esprit d'introduire les notions d'image et d'antécédent, d'injection, surjection, bijection. Étudier les graphes de fonctions pour déterminer des images ou des antécédents, chercher à voir si la fonction est injective, surjective... sont des exercices très pertinents à ce niveau. Cela a aussi l'avantage d'encourager les élèves à associer une fonction à un graphe – ce qui est d'ailleurs l'usage dominant en sciences expérimentales et en économie !

Manuels de première S. Nous nous baserons ici encore sur les avant-projets du CSP et les points faibles qui risquent d'en résulter.

- **1) Sur le vocabulaire ensembliste et la logique.** Tout comme pour les manuels de seconde, il paraît important qu'un chapitre consacré à ces thèmes figure en début de livre.
- **2) Suites.** Il est surprenant de voir que les suites sont intégrées à la partie « Algèbre » du programme surtout quand on lit « *L'étude des suites est l'occasion d'une sensibilisation à l'idée de limite.* » Il sera donc au contraire important de présenter les suites comme un cas particulier - et particulièrement simple - de fonction. L'étude des suites définies par récurrence a toute sa place dans le cours sur les fonctions.
- **3) Polynômes du second degré.** Nous ne voyons pas l'intérêt au lycée de séparer l'étude des polynômes du reste du cours d'analyse. Il nous paraît au contraire très important que les exercices ne se limitent pas à des calculs de discriminant pour trouver des racines. Les exercices doivent être variés, en lien avec le cours d'analyse et celui de géométrie.
- **4) Dérivée.** La notion de limite est introduite de manière informelle : « *Le nombre dérivé est introduit à partir de la perception intuitive de la limite du taux de variation. On n'en donne pas de définition formelle[...]* ». Il nous paraît important d'insister bien davantage sur la notion de limite qui est au centre de tout ce qui est vu en analyse au lycée. Même si le choix est affiché de ne pas exiger qu'une définition formelle soit maîtrisée des élèves, il nous paraît néanmoins très souhaitable qu'une telle définition figure dans les manuels, et que le sens de cette définition soit illustré par des estimations de variation de fonctions sur des exemples simples. Il nous paraît souhaitable aussi que des calculs de limites soient abordés de façon notable en exercices. La notion importante de continuité vient conceptuellement avant celle de dérivée – si l'on ne réduit pas la dérivation à des calculs purement algébriques. Elle doit donc être abordée, quoi qu'en diront les spécifications de programmes ...
- **5) Exponentielle.** « *Définition de la fonction exponentielle, comme unique fonction dérivable sur \mathbf{R} telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$. L'existence est admise* ». La proposition soumise par le comité de programmes semble reproduire ici la même impasse pédagogique que les programmes précédents, qui contrevient d'ailleurs à l'approche historique, alors même que les équations différentielles ne semblent pas devoir être traitées de manière substantielle. Les livres soucieux d'apporter une réelle compréhension aux élèves ne

peuvent que proposer une démarche alternative. Une possibilité est de construire directement l'exponentielle à partir des fonctions puissances, par comparaison entre suites arithmétique et suites géométriques, ce qui est une bonne illustration de l'utilisation des suites. En outre, dans ce contexte, une démarche plus constructive et plus déductive est possible – jusqu'aux propriétés de dérivabilité - de même qu'il est possible d'introduire des exercices liés aux limites et aux approximations.

- **6) Géométrie.** Le point central du programme de première est l'apparition du produit scalaire, avec comme applications les équations cartésiennes de droites et de cercles. Il nous paraît très souhaitable que ces contenus soit accompagnés d'exercices en lien avec l'étude des polynôme du second degré, par exemple pour déterminer l'intersection d'une droite et d'un cercle. Le lien avec la dérivation doit aussi être souligné : on peut chercher un vecteur directeur de la tangente au graphe d'une fonction dérivable en un point...